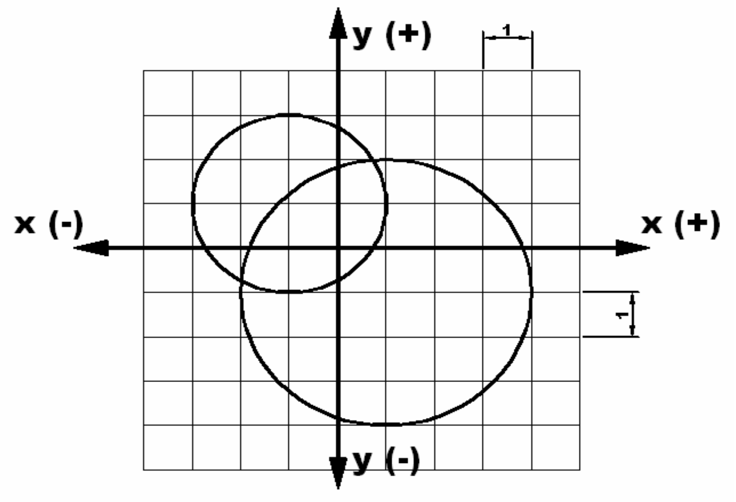
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA P.A. 2008-1
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA 05/07/2008
DACIBAHCC

TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **RESUELVA SOLAMENTE TRES PROBLEMAS**

Problema 1

a) Plantear el sistema de ecuaciones no lineales para obtener la intersección de los círculos.
b) Obtener aproximaciones iniciales para las raíces.
c) A partir de los resultados obtenidos en b) realice 01 iteración del Método de Newton para sistemas, a fin de aproximar la intersección ubicada en el primer cuadrante.



Solución

a) Sistema de ecuaciones no lineales:

$$(x-1)^2+(y+1)^2-9=0$$
$$(x+1)^2+(y-1)^2-4=0$$

b) Raíces aproximadas:

(1, 2) y (-2,-1)

c) Newton para sistemas no lineales:

$$x_0=1 \quad y_0=2$$

$$\begin{bmatrix} 2(x_0-1) & 2(y_0+1) \\ 2(x_0+1) & 2(y_0-1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -(x_0-1)^2-(y_0+1)^2+9 \\ -(x_0+1)^2-(y_0-1)^2+4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1/4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1=x_0+\Delta x=3/4$$
$$y_1=y_0+\Delta y=2$$

Problema 2

Sea $f : R \to R$ una función derivable.

1. Dado $T \in <0,1>$, obtener el polinomio $p_t(x)$ de grado ≤ 2 que interpola a f en los puntos $x_0 = 0,\ x_1 = t$ y $x_2 = 1$.
2. Calcular los polinomios límites :
   $P(x) = \lim_{t\to 0} p_t(x)$ y $Q(x) = \lim_{t\to 1} p_t(x)$

   Comprobar además que

   $P(0) = Q(0) = f(0) \qquad P(1) = Q(1) = f(1) \qquad P'(0) = f'(0) \quad Q'(1) = f'(1)$

Solución

Por diferencias divididas

(a)

$$\begin{array}{c|c|c|c}
0 & f(0) & & \\
t & f(t) & \dfrac{f(t)-f(0)}{t} & \\
1 & f(1) & \dfrac{f(1)-f(t)}{1-t} & \dfrac{\dfrac{f(1)-f(t)}{1-t} - \dfrac{f(t)-f(0)}{t}}{1-0} = \dfrac{f(t)-f(1)}{t-1} - \dfrac{f(t)-f(0)}{t},
\end{array}$$

$$p_t(x) = f(0) + \frac{f(t)-f(0)}{t}x + \left[\frac{f(t)-f(1)}{t-1} - \frac{f(t)-f(0)}{t}\right]x(x-t)$$

(b)

$P(x) = \lim_{t\to 0} p_t(x) \quad = f(0) + f'(0)x + [f(1) - f(0) - f'(0)]x^2$

$Q(x) = \lim_{t\to 1} p_t(x) \quad = f(0) + [f(1) - f(0)]\ \ x + [f(0) - f(1) + f'(1)]x(x-1)$

Por lo tanto

$P(0) = Q(0) = f(0)$

$P(1) = Q(1) = f(1)$

$P'(0) = f'(0)$

$Q'(1) = f'(1)$

Problema 3

Ajuste los datos:

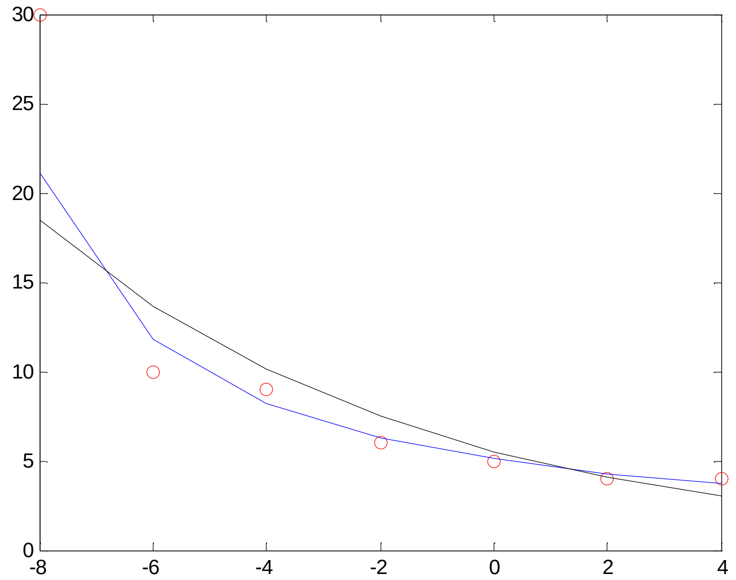
X	-8	-6	-4	-2	0	2	4
Y	30	10	9	6	5	4	4

a) Usando a aproximación $y \approx 1/(a_1 + a_2x)$.

b) Usando la aproximación $y \approx ab^x$.

c) Diga cuál de las dos es la más adecuada. Justifique.

Solución



a)

$$y_1 = \frac{1}{y} = a_1 + a_2 x$$

$$y_1 = 0.1958 + 0.0186x$$

$$a_1 = 0.1958$$

$$a_2 = 0.0186$$

b)

$$y_2 = \ln(a) + x\ln(b)$$

$$y_2 = -0.1512\,x + 1.7084$$

$$a = 5.5199$$

$$b = 0.8597$$

c)

$R^2 = 0.9668$ (formula a)

$R^2 = 0.8412$ (formula b)

Es mejor la fórmula a)

Problema 4

Considerando la siguiente función :$f(x) = k_1 x * \cos(x) + x^{k_2}$, usando un paso h=0.1 se tiene que:

$f'(x_0) \approx -0.9871$, usando diferencia hacia delante con dos puntos

$f'(x_0) \approx -1.1190$, usando diferencia central con tres puntos

Hallar $f''(x_0)$ usando diferencia central con tres puntos con el mismo paso anterior.

Solución

$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = a$ →hacia delante

$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h} = c$ →central

$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0+h)-2f(x_0)+f(x_0-h)}{h^2} = d$ →central

Se pide d, y esta no depende de la función, multiplicando apropiadamente a cada expresión y luego restando, se despeja que:
d=(2*a-c)/h

d= 2.6376

Los profesores